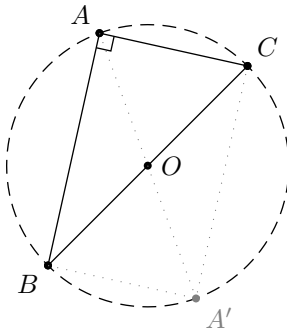


Angle droit et demi-cercle en Quatrième

Z, auctore

28 juin 2007

Théorème 1. Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est situé au milieu de l'hypoténuse.



Démonstration. Le triangle ABC est en fait un demi-rectangle $ABA'C$, de centre O . On sait que les diagonales d'un rectangle sont égales et ont le même milieu, ici O ; on en déduit donc que

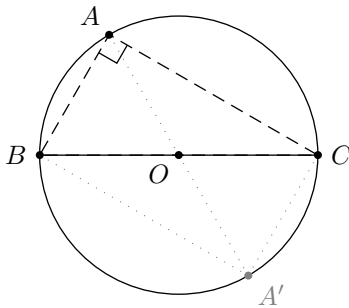
$$OA = OB = OC,$$

ce qui démontre que le cercle de centre O passant par A passe aussi par B et par C . \square

Corollaire 1. Le cercle ayant l'hypoténuse pour diamètre passe par le sommet de l'angle droit.

Corollaire 2. Le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets.

Théorème 2. Lorsqu'on relie un point d'un cercle aux extrémités d'un de ses diamètres, on forme un angle droit.



Démonstration. En plaçant le point A' diamétralement opposé à A sur le cercle, on forme un quadrilatère $ABA'C$ dont les diagonales $[AA']$ et $[BC]$

- ont le même milieu O
- sont égales;

c'est donc un rectangle.

Ceci montre que l'angle \widehat{BAC} est droit. \square

Corollaire 3. Un angle inscrit dans un cercle qui intercepte un diamètre est un angle droit.

Corollaire 4. Le triangle formé par un diamètre et un point du cercle est rectangle en celui-ci.