

Exemples

n° 1 (Développement simple). Développer et réduire $A = \sqrt{6} (3 + 2\sqrt{6})$.

Avec la distributivité, chaque terme contenu entre parenthèses est multiplié par $\sqrt{6}$:

$$A = \sqrt{6} (3 + 2\sqrt{6}) = \sqrt{6} \times 3 + \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6} + 2(\sqrt{6})^2 = \boxed{3\sqrt{6} + 12}.$$

n° 2 (Double développement). Développer et réduire $B = (1 + 2\sqrt{2}) (3 - \sqrt{2})$.

Chaque terme de la deuxième parenthèse est multiplié par chaque terme de la première :

$$B = (1 + 2\sqrt{2}) (3 - \sqrt{2}) = 3 - \sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 2(\sqrt{2})^2 = 3 + 5\sqrt{2} - 4 = \boxed{5\sqrt{2} - 1}.$$

n° 3 (Identité $(a + b)^2$). Développer et réduire $C = (2\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$.

On peut bien entendu écrire $C = (2\sqrt{5} + \sqrt{2}) (2\sqrt{5} + \sqrt{2})$ et appliquer la méthode précédente. On pourra plutôt utiliser l'identité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$C = (2\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (2\sqrt{5})^2 + 2 \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 4 \times 5 + 4\sqrt{10} + 2 = \boxed{22 + 4\sqrt{10}}.$$

Remarque : on a bien $(2\sqrt{5})^2 = 2^2 \times \sqrt{5}^2 = 4 \times 5 = 20$.

n° 4 (Identité $(a - b)(a + b)$). Développer et réduire $D = (3\sqrt{6} - 5) (3\sqrt{6} + 5)$.

Ici aussi, on utilise plutôt l'identité $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ même si on peut toujours développer comme à l'exemple 2 :

$$D = (3\sqrt{6} - 5) (3\sqrt{6} + 5) = (3\sqrt{6})^2 - (5)^2 = 9 \times 6 - 25 = \boxed{29}.$$

Exercices

n° 1. Développer $A = (1 - \sqrt{5})(3\sqrt{5} + 1)$.

Réponse : $A = 2\sqrt{5} - 14$

n° 2. Développer $B = (3 - 2\sqrt{2})(2 + 2\sqrt{2})$.

Réponse : $B = 2\sqrt{2} - 2$

n° 3. Développer $C = (2\sqrt{3} - 1)(5 - \sqrt{3})$.

Réponse : $C = 11\sqrt{3} - 11$

n° 4. Développer $D = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + 1)$.

Réponse : $D = \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 1$

n° 5. Développer $E = (5\sqrt{5} + 2)(5 - \sqrt{5})$.

Réponse : $E = 23\sqrt{5} - 15$

n° 6. Développer $F = (2 + \sqrt{3})(1 - 5\sqrt{3})$.

Réponse : $F = -13 - 9\sqrt{3}$

n° 7. Développer $G = (2 + \sqrt{13})(2 - \sqrt{13})$.

Réponse : $G = -9$

n° 8. Développer $H = (2\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 5)$.

Réponse : $H = -13$

n° 9. Développer $I = (\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7})$.

Réponse : $I = -2$

n° 10. Développer $J = (3 - \sqrt{5})^2$.

Réponse : $J = 14 - 6\sqrt{5}$

n° 11. Développer $K = (2\sqrt{3} - 1)^2$.

Réponse : $K = 13 - 4\sqrt{3}$

n° 12. Développer $L = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$.

Réponse : $L = 5 - 2\sqrt{6}$

n° 13. Développer $M = (3\sqrt{5} + 2)^2$.

Réponse : $M = 49 + 12\sqrt{5}$

n° 14. Développer $N = (4 + 5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 7)$.

Réponse : $N = \dots$

n° 15. Développer $O = (3 - 2\sqrt{7})^2 - (4\sqrt{7} - 3)(5\sqrt{7} + 7)$.

Réponse : $O = \dots$

n° 16. Développer $P = \left(\sqrt{7 + 3\sqrt{5}} - \sqrt{7 - 3\sqrt{5}}\right)^2$.

Réponse : $P = \dots$